Das Rauschspektrum von Silizium-Transistoren bei sehr tiefen Frequenzen gemessen in einem Thermostat hoher Genauigkeit

INAUGURALDISSERTATION

zur Erlangung der Würde eines Doktors der Philosophie
vorgelegt der Philosophisch-Naturwissenschaftlichen
Fakultät der Universität Basel

von

ERICH NÜESCH

aus Basel und Balgach

Basel
Buchdruckerei Birkhäuser AG
1968
1967

Das Rauschspektrum von Silizium-Transistoren bei sehr tiefen Frequenzen gemessen in einem Thermostat hoher Genauigkeit

INAUGURALDISSERTATION

zur Erlangung der Würde eines Doktors der Philosophie
vorgelegt der Philosophisch-Naturwissenschaftlichen
Fakultät der Universität Basel

von

ERICH NÜESCH

aus Basel und Balgach

Basel
Buchdruckerei Birkhäuser AG
1968

Genehmigt von der Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät auf Antrag der Herren Professoren Dr. E. BALDINGER und Dr. P. HUBER.

Basel, den 27. Juni 1967.

Prof. Dr. H. HUBER
Dekan

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Sonderabdruck aus der
Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik (ZAMP), Band 19, Heft 2, 1968 und aus
Helvetica Physica Acta, Band 41, Heft 3, 1968

Meinem verehrten Lehrer

Herrn Professor Dr. Ernst Baldinger

möchte ich auch an dieser Stelle für das rege Interesse, welches er dieser Arbeit entgegenbrachte und für die vielen wertvollen Anregungen und Diskussionen meinen herzlichsten Dank aussprechen.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546022_0049

I. Ein Thermostat hoher Konstanz

1. Einleitung

Viele messtechnische Probleme stellen sehr hohe Anforderungen an die Konstanz der Temperatur. Messungen an Halbleiter, die Bestimmung der Drift elektrischer Elemente oder Rauschmessungen bei tiefen Frequenzen sind einige Beispiele.

Es besteht deshalb der Wunsch nach einer Einrichtung zur Herstellung eines Raumes konstanter Temperatur. Die einfachste Anordnung würde darin bestehen, die Wände eines Gefässes als isotherme Flächen auszubilden. Die Ausführung würde ideale Wärmeleiter und -isolatoren voraussetzen. Die Unvollkommenheit derselben führt zur Anwendung der Temperaturregelung: dem System wird je nach seinem Zustand mehr oder weniger Wärme zugeführt, um dessen Temperatur möglichst konstant zu halten. Meist entsteht dabei, je nach der Anordnung der Wärmequellen, ein Temperaturgradient.

Die Regelung kann auf zwei Arten vorgenommen werden: entweder man schaltet eine Heizung ein und aus, oder man führt die notwendige Wärme kontinuierlich zu. Die erste Art der Regelung lässt sich z.B. mit einem Quecksilber-Kontakt-Thermometer verwirklichen, womit man einige Hundertstel Grad Konstanz der Temperatur bei Zimmertemperatur erreicht [1–6]. Für genauere Thermostaten verwendet man stetig arbeitende Regeleinrichtungen, wobei der Stabilität des Systems besondere Beachtung zu schenken ist [7, 8].

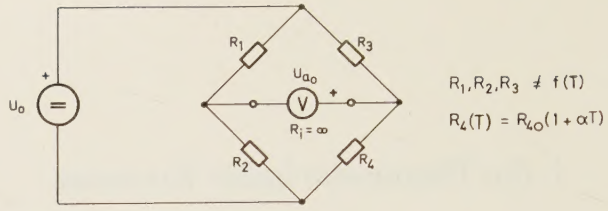
Unabhängig von der Art der Schaltung muss als wesentliches Element ein Temperaturfühler verwendet werden, der in möglichst genau reproduzierbarer Form die funktionelle Verknüpfung der Temperatur mit einer elektrischen Grösse herstellt. Zu den stabilsten Temperaturfühlern, die man im Bereich der Zimmertemperatur kennt, gehören die Platin-Widerstandsthermometer [8–11]. Hier wird ein Thermostat beschrieben, dessen Temperaturkonstanz $\pm 1 \cdot 10^{-4}$ °C innerhalb einer Woche beträgt. Dieser Thermostat stellt eine Verbesserung jenes Thermostaten dar, der in unserem Institut gebaut wurde, und über den schon früher kurz berichtet worden ist [12].

2. Prinzip des Thermostats

Die Grundlage unserer Methode bildet eine Wheatstonesche Brückenschaltung nach Figur 1 zur Temperaturmessung. Wir machen die Annahmen, dass die Brückenwiderstände R_1, R_2 und R_3 temperaturunabhängig sind und dass nur R_4, der den Temperatur-Messfühler darstellt, eine lineare Temperaturabhängigkeit besitzt:

$$R_4(T) = R_{40}\,(1 + \alpha\, T)\,. \tag{1}$$

$R_{40} = R_4(0\,°\mathrm{C})$, α = Temperatur-Koeffizient des Messfühlers, T = Temperatur in °C.



Figur 1
Zum Prinzip der Temperaturmessung im Thermostat.

Für die Ausgangs-Leerlaufspannung der Brücke gilt:

$$U_{a0} = U_0 \frac{(R_1 R_4 - R_2 R_3)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} . \tag{2}$$

Die Brücke sei bei der Solltemperatur T_0 abgeglichen. Eine kleine Temperaturabweichung $\Delta T = T_1 - T_0$ bewirkt nach (1) eine Widerstandsänderung $\Delta R = R_4(T_1) - R_4(T_0)$ des Messfühlers. Damit folgt aus (2):

$$U_{a0} = U_0 \frac{R_1}{(R_1 + R_2)[R_3 + R_4(T_0) + \Delta R]} \Delta R ,$$

Für $R_3 + R_4(T_0) \gg \Delta R$ wird:

$$U_{a0} \cong U_0 \frac{R_1}{(R_1 + R_2)[R_3 + R_4(T_0)]} \Delta R = \text{Konstante} \cdot \Delta R . \tag{3}$$

Mit der Nebenbedingung $U_0 =$ konstant kann man zeigen, dass die Ausgangs-Leerlaufspannung der Brücke für kleine Abweichungen vom Abgleich dann maximal wird, wenn das Brückenverhältnis $r = R_1/R_2 = R_3/R_4(T_0)$ gleich Eins gewählt wird. Wir erfüllen diese Forderung, indem wir alle Widerstände gleich gross wählen. Mit $R_1 = R_2 = R_3 = R_4(T_0) = R$ wird somit:

$$U_{a0} = U_0 \frac{\Delta R}{4R} = U_0 \frac{\alpha \Delta T}{4(1 + \alpha T_0)} \cong \frac{U_0}{4} \alpha \Delta T , \text{ für } \alpha T_0 \ll 1 . \tag{4}$$

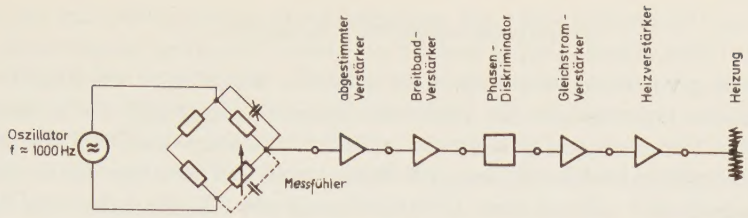
Es ist ersichtlich, dass die Anforderungen an die Konstanz des Messfühlers bei einem Präzisionsthermostat sehr hoch sind.

Mit $\Delta T = \pm 1 \cdot 10^{-4}\,°C$ und $\alpha = 4 \cdot 10^{-3}/°C$ folgt für die relative Widerstandsänderung des Messfühlers:

$$\frac{\Delta R}{R} = \alpha \Delta T = \pm 4 \cdot 10^{-7} .$$

Die Ausgangs-Leerlaufspannung der Brücke kann durch Vergrössern der Speisespannung nicht beliebig erhöht werden, weil die Eigenerwärmung des Messfühlers zu hoch würde.

Die Gleichstromspeisung der Brücke hat den Nachteil, dass Kontakt- und Thermospannungen die genaue Temperaturmessung stark erschweren. Deshalb verwenden wir eine sinusförmige Wechselspannung. Störend wirken sich dabei die Schaltkapazitäten aus. Der Phasenabgleich der Brücke wird dadurch notwendig; er wird durch eine variable Kapazität vorgenommen (Figur 2). An Stelle des Galvanometers tritt



Figur 2
Blockschema eines Regelkreises des Thermostats.

als Nachweisgerät ein rauscharmer, hochempfindlicher Verstärker (in der Folge als Brückenverstärker bezeichnet).

In einem Zweig der Wheatstoneschen Brücke befindet sich ein Platin-Widerstands-Messfühler mit einem Sollwiderstand von 100 Ohm bei 0 °C, in den anderen Zweigen Präzisionswiderstände von 100 Ohm aus Manganin mit einem Temperaturkoeffizient von $\pm 10^{-5}$ pro Grad Celsius. Die Brücke wird mit einer Wechselspannung von 0,2 V und einer Frequenz von etwa 1000 Hz gespiesen. Ist die Brücke nach Betrag und Phase abgeglichen, so ist die Ausgangs-Leerlaufspannung gleich Null, und die Temperatur stimmt mit der Solltemperatur überein (wir sehen hier vom Stellfehler ab, der bei jeder Regelung auftritt). Weicht die Temperatur von der Solltemperatur ab, liefert die Brücke ein Ausgangssignal, das für kleine Temperaturabweichungen diesen proportional ist. Die Phase gibt das Vorzeichen, der Betrag die Grösse der Temperaturabweichung an.

Das Ausgangssignal der Brücke wird in einem rauscharmen, abgestimmten Verstärker verstärkt, gelangt über einen breitbandigeren Verstärker in eine phasenempfindliche Schaltung, wo das Signal in eine Gleichspannung umgewandelt wird. Diese steuert über einen Gleichstromverstärker einen Heizverstärker, der die nötige Leistung zur Heizung des Thermostats liefert. Diesen Regelkreis zeigt das Blockschaltbild der Figur 2.

3. Aufbau des Thermostats

In einem Eisengefäss, das in einer mit Syntopor-Granulat gefüllten Verschalung montiert ist, befinden sich zwei ineinandergestellte, gut wärmeisolierte zylindrische Gefässe. Beide sind als Thermostate ausgebildet und werden unabhängig voneinander nach dem beschriebenen Regelprinzip betrieben. Der Thermostat kann deshalb als Ineinanderschachtelung zweier Thermostate, dem Inneren und dem Äusseren, aufgefasst werden.

Der innere Thermostat besitzt ein Volumen von 16 dm^3 und ist mit Transformatoröl gefüllt, das von einem Rührwerk leicht durchmischt wird. Die Rührleistung beträgt etwa 35 mW und die dadurch bedingte Temperaturerhöhung rund 50 m °C. Dieses Ölbad stellt den wärmeregulierten Raum dar, der zu Messzwecken verwendet wird. In diesem Volumen befinden sich auch die Manganin-Widerstände, das Platin-Widerstands-Thermometer und eine Heizung, alles Elemente, die dem Regelkreis des inneren Thermostats angehören. Zur Kontrolle der Temperatur ist noch ein weiteres Platin-Widerstands-Thermometer mit Brücke im Öl untergebracht.

Der innere Thermostat steht gut wärmeisoliert in einem Gefäss, das den äusseren Thermostat bildet. Dieses Gefäss besteht aus einem eloxierten Aluminiumkessel mit einem Volumen von rund 50 dm^3. Auf der äusseren Mantelseite des Kessels sind die Wicklungen der Heizung und des Widerstandsthermometers bifilar mit Araldit aufgeleimt. Das Widerstandsthermometer besteht aus einem zweimal baumwollumsponnenen Nickeldraht von 72 Ohm. Die Boden- und Deckflächen des Gefässes sind ebenfalls geheizt und zwar so, dass die Heizleistung pro Flächeneinheit auf der Oberfläche des Kessels überall etwa gleich gross ist. Der Kessel des äusseren Thermostats bildet somit eine annähernd ideale isotherme Oberfläche.

Die elektrischen Apparaturen umfassen folgende Geräte: Ein Brückenverstärker mit Heizverstärker, eine Widerstands-Dekade zur Einstellung der Solltemperatur des inneren Thermostats innerhalb 31 $\pm$ 0,2 °C.

Ein zweiter Brückenverstärker mit Heizverstärker bildet den Regelkreis des äusseren Thermostats. Dieser kann mit einem Potentiometer und umschaltbaren Widerständen innerhalb 29 $\pm$ 2 °C betrieben werden.

Ein dritter Brückenverstärker wird zur Aufzeichnung der Temperaturschwankungen des inneren Thermostats verwendet.

Ein stabilisiertes Netzgerät speist die volltransistorisierte Anlage. Bei einem Netzausfall wird die Versorgung automatisch von einem Akkumulator übernommen, der mit dem Netzgerät gepuffert ist. Ferner kann das Netzgerät mit einem Wechselspannungsregler vorstabilisiert werden. Der Thermostat steht in einem auf 23,5 $\pm$ 0,8 °C gehaltenen Raum.

4. Messungen

4.1 Kurzzeitige Temperaturschwankungen

Untersucht man die Temperaturschwankungen des inneren Thermostats, so erkennt man kleine kurzzeitige Schwankungen, die auf zwei Ursachen zurückgeführt werden können:

a) kurzzeitige Temperaturschwankungen simuliert durch das Rauschen des Brückenverstärkers. Der Mittelwert dieser Schwankungen ist Null; sie üben wegen der grossen Zeitkonstante des inneren Thermostats keinen Einfluss aus. Die Grösse dieser Schwankungen hängt von der Einstellung des Verstärkungsgrades des Brükkenverstärkers ab.

b) kurzzeitige Temperaturschwankungen als Folge der Turbulenz des gerührten Ölbades und der dadurch bedingten ungleichmässigen Wärmeabfuhr am Platin-Widerstands-Thermometer. Der Meßstrom hat eine Erwärmung des Messfühlers zur Folge, so dass die Temperatur des Thermometers über der Temperatur des Öls liegt [13]. Bei einer Speisespannung von 0,2 V beträgt die Übertemperatur 2,5 m °C. Wird das Öl gerührt, so fliesst es nicht immer gleichmässig am Messfühler vorüber, wodurch Unregelmässigkeiten in der Wärmeabfuhr entstehen, die sich als kleine, kurzzeitige Schwankungen der Temperatur bemerkbar machen.

Durch richtige Einstellung der Speisespannung der Brücke und durch sinnvolle Montage des Messfühlers können diese Schwankungen unterhalb $\pm$ 0,1 m °C gehalten werden. Bester Wert: $\pm$ 0,02 m °C (quadratischer Mittelwert über zehn Minuten). Spitzenwerte: $\pm$ 0,06 m °C.

4.2 Langzeitige Temperaturänderungen

Wir können die langfristigen Temperaturänderungen einteilen in Temperaturschwankungen mit quasi-periodischem Charakter, deren Mittelwert mit der Solltemperatur übereinstimmt und in die Temperaturdrift. Diese Temperaturänderungen können nur an einem vom Regelkreis unabhängigen Messfühler beobachtet werden. Über die Dauer einer Woche wurde $\pm$ 0,10 m°C erreicht. Die Tabelle 1 gibt einen

Tabelle 1

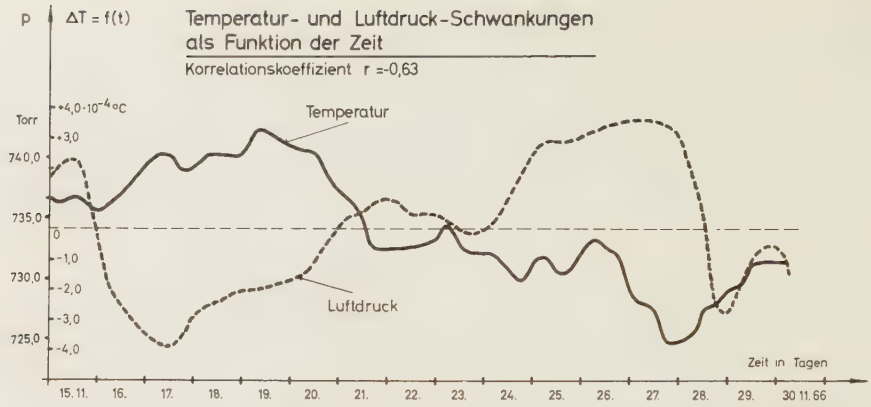
Messdauer	$\sqrt{\overline{\Delta T^2}}$ (m°C)	ΔT_{max} / ΔT_{min} (m°C)	$\frac{\Delta T_{max} + \lvert\Delta T_{min}\rvert}{2}$ (m°C)	
7 Tage	$\pm$ 0,095	+ 0,144 − 0,239	$\pm$ 0,191	Innerer Thermostat
15 Tage	$\pm$ 0,186	+ 0,32 − 0,37	$\pm$ 0,35	
29 Tage	$\pm$ 0,275	+ 0,63 − 0,42	$\pm$ 0,51	
7 Tage	$\pm$ 1,67	+ 4,24 − 2,71	$\pm$ 3,48	Äusserer Thermostat
7 Tage	$\pm$ 1,25	+ 3,61 − 1,81	$\pm$ 2,71	

Überblick über die Temperaturänderungen des inneren Thermostats, gemessen am unabhängigen Platin-Widerstands-Thermometer. Die Messzeiten der Aufzeichnungen erstreckten sich von sieben Tagen bis zu neunundzwanzig Tagen. In dieser Übersicht sind auch die Schwankungen des äusseren Thermostats angegeben, wie sie sich im Öl des inneren Thermostats messen lassen, wenn dieser nicht in Betrieb ist.

Die langzeitigen Temperaturschwankungen können durch äussere Einflüsse verursacht sein, wie Schwankungen der Zimmertemperatur, des Luftdrucks und ferner durch elektrische Störfelder, die die empfindlichen Verstärker der Regelkreise beeinflussen [14–16]. Die Brückenverstärker sind dank eingebauter Filter für einstreuende Hochfrequenz weitgehend unempfindlich. Die Zeiten während denen andere elektrische Störungen auftreten sind an einer registrierenden Kontrolleinrichtung feststellbar, und diese Messungen können eliminiert werden.

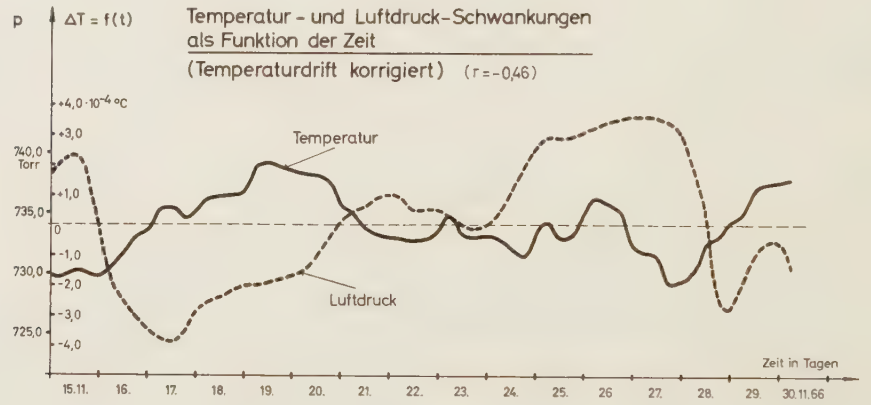
Für die Temperaturdrift sind nur die Messfühler verantwortlich, solange die elektrischen Einrichtungen in Ordnung sind.

Die Untersuchung der Temperatur- und Luftdruckschwankungen lässt eine gewisse Korrelation dieser Grössen erkennen. Figur 3 zeigt den Verlauf der Temperatur und des Luftdrucks als Funktion der Zeit über die Dauer von 15 Tagen. Der Korrelationskoeffizient dieser Messung beträgt − 0,63. Der quadratische Mittelwert der Temperaturschwankungen ist $\pm$ 0,19 m°C. Figur 4 zeigt dieselben Verhältnisse nochmals dargestellt, wobei die Temperaturdrift korrigiert worden ist; der Korrelationskoeffizient reduziert sich damit auf − 0,46. Der quadratische Mittelwert der Temperaturschwankungen beträgt noch $\pm$ 0,11 m°C. Es muss deshalb mit einiger Wahrscheinlichkeit angenommen werden, dass ein Teil der Temperaturschwankungen auf Änderungen des Luftdrucks zurückzuführen sind, die in irgend einer Weise auf die Temperaturfühler und die Brückenwiderstände einwirken. Die eindeutige Bestimmung der



Figur 3

Verlauf der Temperatur im Thermostat und des Luftdrucks als Funktion der Zeit über die Dauer von 15 Tagen.



Figur 4

Verlauf der Temperatur im Thermostat nach Abzug der Temperaturdrift und des Luftdrucks als Funktion der Zeit über die Dauer von 15 Tagen.

Druckabhängigkeit des Messfühlers wird durch den Umstand erschwert, dass die Manganinwiderstände ebenfalls druckabhängig sind. Führt man den quadratischen Mittelwert der Temperaturschwankungen ganz auf jenen der Luftdruckschwankungen zurück, so berechnet sich aus dieser Messung eine Druckabhängigkeit des Widerstands von $-5{,}5 \cdot 10^{-5}$/Atm., wenn man diese ausschliesslich den Platinmessfühlern zuschreibt.

Die Temperaturdrift, die aus einer «besten Geraden» durch die Messwerte bestimmt wurde, beträgt $-0{,}037$ m°C pro Tag, was einer relativen Änderung von $-1{,}35 \cdot 10^{-7}$ pro Tag im Widerstand des Platinmessfühlers entspricht.

Bei allen Messungen waren die Messfühler am gleichen Ort. Deshalb können Temperaturänderungen als Folge einer Änderung des Temperaturgradienten praktisch ausgeschlossen werden.

Der Einfluss der Zimmertemperaturschwankungen lässt sich mit Hilfe der Stabilisierungsfaktoren abschätzen:

Für die totale Änderung der Temperatur T_i des inneren Thermostats infolge Änderung der Zimmertemperatur T_z gilt:

$$\left.\begin{aligned} T_i &= T_i(T_z, T_a)\,, \qquad T_a = T_a\,(T_z)\,, \\ dT_i &= \frac{\partial T_i}{\partial T_z}\,dT_z + \frac{\partial T_i}{\partial T_a}\,dT_a = \frac{\partial T_i}{\partial T_z}\,dT_z + \frac{\partial T_i}{\partial T_a}\,\frac{\partial T_a}{\partial T_z}\,dT_z\,. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

T_a = Temperatur des äusseren Thermostats.

Mit den Gleichungen (6) bis (9) definieren wir die Stabilisierungsfaktoren S, S_i, S_a und S_e:

$$S = \frac{dT_z/T_z}{dT_i/T_i} \quad \text{Stabilisierungsfaktor des Gesamtthermostats,} \tag{6}$$

$$S_i = \frac{\partial T_a/T_a}{\partial T_i/T_i} \quad \text{Stabilisierungsfaktor des inneren Thermostats,} \tag{7}$$

$$S_a = \frac{\partial T_z/T_z}{\partial T_a/T_a} \quad \text{Stabilisierungsfaktor des äusseren Thermostats,} \tag{8}$$

$$S_e = \frac{\partial T_z/T_z}{\partial T_i/T_i} \quad \left.\begin{aligned} &\text{Stabilisierungsfaktor, der den Einfluss der Zimmertemperatur} \\ &\text{über alle Einführungen von aussen erfasst, bei festgehaltener} \\ &\text{Temperatur } T_a\,. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Aus (5) folgt mit den Beziehungen (6) bis (9):

$$S^{-1} = S_e^{-1} + (S_i\, S_a)^{-1}\,. \tag{10}$$

Diese Beziehung stellt einen Zusammenhang zwischen den einzelnen Stabilisierungsfaktoren her. Sie erlaubt den Einfluss der Zimmertemperatur über die eingeführten Leitungen auf die Temperatur des inneren Thermostats aus dem Gesamtstabilisierungsfaktor und den Teilstabilisierungsfaktoren zu berechnen. Damit erhalten wir eine Möglichkeit zur Kontrolle der experimentell schwer erfassbaren Grösse S_e.

In der Tabelle 2 sind die gemessenen Stabilisierungsfaktoren zusammengestellt.

Tabelle 2

$S = 17100 \pm 4500$	$S_a = 150 \pm 50$
$S_i = 580 \pm 100$	$S_e = 15700 \pm 3000$

Berechnet man aus (10) S_e mit den gemessenen Werten für S, S_i und S_a, so erhält man $S_e = 21300 \pm 7300$. Der berechnete und der gemessene Wert stimmen innerhalb der Fehlergrenzen überein.

Die Schwankungen der Zimmertemperatur des mit einer Klimaanlage ausgerüsteten Raumes betragen $\pm 0{,}8\,°C$. Der Einfluss dieser Schwankungen auf den inneren Thermostat berechnen sich mit dem Gesamtstabilisierungsfaktor zu $\Delta T_i = \pm 0{,}063\,m\,°C$. Aus dieser Abschätzung folgt, dass die Schwankungen der Zimmertemperatur und deren indirekter Einfluss über die Zuleitungen in den Thermostat

keinen wesentlichen Anteil an den langfristigen Temperaturschwankungen des Thermostats haben.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die Temperaturänderungen im inneren Thermostat auf zwei Ursachen zurückgeführt werden konnten: 1. auf den Einfluss von Luftdruckschwankungen, 2. auf die Güte der verwendeten Platinmessfühler, deren Widerstand zeitweisen Änderungen unterworfen ist.

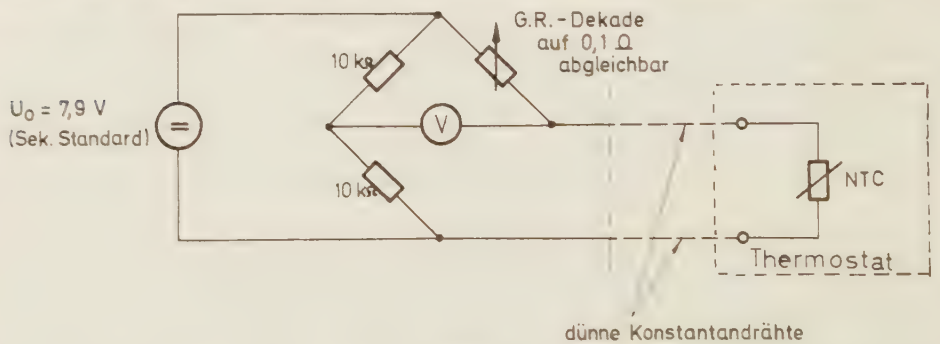
4.3 Bestimmung des Temperaturgradienten längs der Mittelachse des Thermostats

In einem idealen Thermostat ist die Temperatur räumlich und zeitlich konstant, und es tritt kein Temperaturgradient auf. Praktisch lässt sich dieser Zustand nur annähernd erreichen. Die Konstruktion und der Gebrauch eines Thermostats bringt es fast unumgänglich mit sich, dass Wärmequellen eingebaut werden müssen, die zwangsläufig zum Auftreten eines Temperaturgradienten führen. Wir erwähnen die Heizung, das Rührwerk, die Verlustleistung in den Messfühlern und den zu testenden Komponenten. Es ist deshalb nützlich die Grösse des Temperaturgradienten zu kennen.

Messmethode

Der Temperaturgradient ist mit einem NTC-Widerstand gemessen worden. Der etwa zehnmal grössere Temperaturkoeffizient der NTC-Widerstände gegenüber jenem von Widerstandsthermometern erlaubt kleine, relative Temperaturänderungen mit bescheidenerem Aufwand zu messen, als es mit letzteren möglich ist. Es muss allerdings untersucht werden ob die zeitliche Konstanz des NTC-Widerstands ausreicht, um reproduzierbare Messungen zu gewährleisten.

Figur 5 zeigt die Meßschaltung. Der Temperaturkoeffizient des NTC-Widerstands war $-3{,}24 \cdot 10^{-2}$ °C bei 31,7 °C, sein Nennwert bei 25 °C 4,7 kOhm (wirklicher Wert:

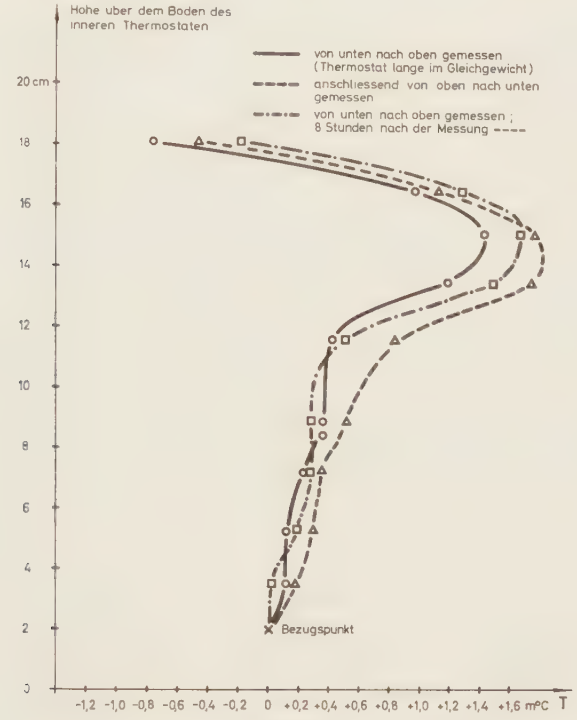


Figur 5

Schaltung zur Messung des Temperaturgradienten im Thermostat mittels eines NTC-Widerstands.

5745 Ohm). Um den Wärmeabfluss vom NTC-Widerstand über die Zuleitungen nach aussen gering zu halten, wurden dünne Konstantandrähte verwendet. Mit dem Galvanometer war es möglich noch 0,05 m °C abzulesen. Die Drift des NTC-Widerstands während der Messzeit war 0,11 m °C/Stunde. Die Messungen sind mit diesem Wert korrigiert worden.

Figur 6 zeigt den Verlauf der Temperatur längs der Mittelachse im Thermostat. Der Bezugspunkt lag bei allen Messungen 2 cm über dem Boden des inneren Thermostats. Zuerst wurde die Temperatur von unten nach oben gemessen (——), anschliessend von oben nach unten (– – –). Eine weitere Messung acht Stunden später zeigt die Reproduzierbarkeit und Konstanz der Temperatur auf etwa 0,1 m °C (—·—·—). Der Temperaturgradient beträgt innerhalb der nützlichen Messzone längs der Mittelachse + 0,05 m °C/cm.



Figur 6
Verlauf der Temperatur längs der Mittelachse im Thermostat.

5. Zusammenfassung und Diskussion

Die Temperaturkonstanz des besprochenen Thermostats beträgt innerhalb einer Woche ± 0,10 m °C. Diese Angabe stellt den quadratischen Mittelwert der Einzelmessung dar. Die grössten Abweichungen in dieser Zeit bezüglich des Mittelwerts waren + 0,14 bzw. – 0,24 m °C. Aus einer Messung während 15 Tagen konnte eine Drift von – 0,037 m °C/Tag bestimmt werden, wo hingegen eine andere Messung über 29 Tage keine Drift zeigte.

Die kurzzeitigen Temperaturschwankungen konnten unterhalb ± 0,1 m °C gehalten werden. Sie hängen nur von der Einstellung der Brückenverstärker, der Heizverstärker und dem Meßstrom durch die Messfühler ab.

Der Temperaturgradient längs der Mittelachse innerhalb der nutzbaren Messzone beträgt + 0,05 m °C/cm.

Es liess sich zeigen, dass die langzeitigen Temperaturänderungen im inneren Thermostat einerseits mit einiger Wahrscheinlichkeit von den Schwankungen des Luftdrucks, andererseits von der Stabilität der verwendeten Messfühler abhängt. Der Einfluss der Zimmertemperaturschwankungen direkt und über die in den Thermostat eingeführten Leitungen ist vernachlässigbar. Er beträgt etwa $\pm$ 0,06 m °C.

6. Die Stabilität von NTC-Widerständen

Im Zusammenhang mit den Untersuchungen am hochkonstanten Thermostat stellte sich die Frage nach der Verwendbarkeit von NTC-Widerständen als Temperaturmessfühler [8, 17].

Es wurden je zwei gleiche von vier verschiedenen Typen von NTC-Widerständen auf ihre Stabilität hin untersucht. Die Nominalwerte bei 25 °C waren mit 300, 1000, 4700 und 10000 Ohm angegeben. Die NTC-Widerstände waren alle an demselben Ort mit den Platin-Messfühlern des Thermostats zusammen eingebaut. Die Widerstände konnten mit einem Umschalter in den Messkreis eingeschaltet werden. Die Messung erfolgte in einer Brückenschaltung nach Figur 5, wie sie in 4.3 erwähnt worden ist. Die absolute Temperatur des Thermostats war 31,7 °C. Die Tabelle 3 fasst die Messungen über die Stabilität der NTC-Widerstände während eines Monats zusammen (5 Einzelmessungen in Abständen von 7 Tagen). Als Angabe der Genauigkeit ist die Streuung $\Delta R/R$ der Einzelmessung angegeben. Diese liegt bei den stabilsten NTC-Widerständen um $\pm\ 2 \cdot 10^{-5}$, bei den weniger stabilen um $\pm\ 2 \cdot 10^{-4}$, was einer äquivalenten Temperaturschwankung von $\Delta T = \pm$ 0,6 m °C bzw. $\pm$ 6 m °C entspricht.

Tabelle 3

Nominalwert bei 25°C (Ohm)	$\overline{R}$ gemessen bei 31,7°C (Ohm)	Streuung der Einzelmessung $\Delta R/R$	Temperatur-Koeffizient (pro °C) (31,7°C)
300	237,550	$\pm\ 7{,}84 \cdot 10^{-5}$	$-3{,}66 \cdot 10^{-2}$
300	236,699	$\pm\ 1{,}18 \cdot 10^{-4}$	$-3{,}69 \cdot 10^{-2}$
1000	994,816	$\pm\ 1{,}99 \cdot 10^{-5}$	$-2{,}79 \cdot 10^{-2}$
1000	923,621	$\pm\ 1{,}88 \cdot 10^{-5}$	$-2{,}82 \cdot 10^{-2}$
4700	4102,77	$\pm\ 2{,}24 \cdot 10^{-4}$	$-3{,}55 \cdot 10^{-2}$
4700	4020,06	$\pm\ 8{,}40 \cdot 10^{-5}$	$-3{,}70 \cdot 10^{-2}$
10000	7541,73	$\pm\ 9{,}25 \cdot 10^{-5}$	$-4{,}13 \cdot 10^{-2}$
10000	7548,11	$\pm\ 7{,}08 \cdot 10^{-5}$	$-4{,}19 \cdot 10^{-2}$

Diese Messungen zeigen, dass die heutigen NTC-Widerstände recht stabil sind und für viele Anwendungen der Praxis genügen dürften. Allerdings muss bemerkt werden, dass diese vor und während der Messungen keinerlei thermischen oder elektrischen Belastungen ausgesetzt waren. Zur Verwendung als Messfühler in unserem hochkonstanten Thermostat ist die Langzeitstabilität noch zu gering. Hingegen können über kürzere Zeit sehr genaue relative Temperaturmessungen mit bescheidenem Aufwand mit Hilfe von NTC-Widerständen durchgeführt werden, dank des rund zehnmal grösseren Temperaturkoeffizienten dieser Widerstände gegenüber jenem von Metallwiderständen.

Wir möchten an dieser Stelle der Firma Degussa, Hanau, danken, dass sie uns freundlicherweise drei Platin-Widerstandsthermometer spezieller Konstruktion grosszügig überlassen hat. Die vorliegenden Messungen sind mit diesen Messfühlern ausgeführt worden.

Der Kommission zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung des Bundes danken wir für die Finanzierung der Untersuchungen.

7. LITERATURVERZEICHNIS

[1] F. Kohlrausch, Prakt. Physik, Bd. 1, p. 55 (Teubner, Stuttgart 1960).
[2] S. Greenblatt, Electronics, Nov. *2*, 65 (1964).
[3] V. Cupr, Z. Elektrochem. *37*, 129 (1931).
[4] V. J. Andrew, Rev. Sci. Instr. *3*, 341 (1932).
[5] K. van der Geer, Electronics, June 13, 111 (1966).
[6] R. G. Ferrie, Electronics, Oct. 5, 65 (1964).
[7] J. A. Beattie, Rev. Sci. Instr. *2*, 458 (1931).
[8] E. F. Mueller, in *I. Symposium on Temperature, Its Measurement and Control in Science and Industry* (Reinhold, New York 1941);
C. O. Fairchild, in *I. Symposium on Temperature* (Reinhold, New York 1941)
H. F. Stimson, in *II. Symposium on Temperature* (Reinhold, New York 1955
[9] F. Kohlrausch, Prakt. Physik, Bd. 1, p. 259 (Teubner, Stuttgart 1960).
[10] H. Moser, Ann. Phys. *6*, 852 (1930).
[11] H. Moser, Ann. Phys. *1*, 341 (1929).
[12] A. Maier, Z. angew. Math. Phys. *11*, 68 (1960).
[13] F. Kohlrausch, Prakt. Physik, Bd. 1, p. 261 (Teubner, Stuttgart 1960)
[14] F. Kohlrausch, Prakt. Physik, Bd. 1, p. 297 (Teubner, Stuttgart 1960).
[15] P. W. Bridgman, Rev. Mod. Phys. *18*, 1 (1946).
[16] A. Michels, Ann. Phys. *85*, 770 (1928).
[17] I. A. Becker, C. B. Green, G. L. Pearson, B. S. T. J. *26*, 170 (1947).

Summary

A precision thermostat is described which has a relative RMS temperature constancy of ± .10 m°C over a week. Maximum temperature deviation from mean temperature during one week is typically ± .2 m°C. The distribution of temperature along the middle axis of the thermostat is almost linearly increasing with height with a mean gradient of + .05 m°C/cm. We further investigated the stability of NTC resistances as temperature sensing elements.

II. Rauschen von Transistoren bei sehr tiefen Frequenzen

Summary. Flicker noise measurements were made on two silicon planar transistor pairs in the very low frequency domain from .05 Hz to .0001 Hz. Even at these low frequencies the noise power density obeys a $f^{-\varkappa}$ law with $\varkappa = .65$ respectively .86. We found no systematic deviation from this law. Radiating the transistors with Co^{60}-γ does not invalidate the $f^{-\varkappa}$ law, but may change the exponent $\varkappa$.

1. Einleitung

Die Anwendung elektronischer Komponenten wird durch Schwankungserscheinungen begrenzt, die unter dem Namen «Rauschen» zusammengefasst werden [1].

1.1. *Wärmerauschen*

Das Wärmerauschen (auch Nyquist-Rauschen, Thermisches Rauschen oder Johnson-Noise genannt) kommt durch die thermische Bewegung der Ladungsträger zustande. Diese Brownsche Bewegung der Ladungsträger ist als Spannungsschwankung an den Klemmen jedes Zweipols elektrisch nachweisbar. Im thermodynamischen Gleichgewicht, also im stromlosen Zustand, ist das mittlere Schwankungsquadrat der Rauschspannung des Wärmerauschens im Frequenzbereich f bis $f + df$ gegeben durch [2, 3]:

$$\overline{dU^2_{R,th}} = 4\,k\,T\,Re(Z)\,S(f)\,df$$

k $= 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Ws/°C, die Boltzmann-Konstante

T = absolute Temperatur

$Re(Z) = R$, Realteil der Impedanz Z

$S(f) = (\hbar\,\omega/k\,T)\,(\exp(\hbar\,\omega/k\,T) - 1)^{-1}$, Planckscher Faktor

$\omega = 2\,\pi f$.

Für $\hbar\,\omega/k\,T \ll 1$, strebt $S(f) \to 1$, so dass für alle Frequenzen unterhalb 10^{11} Hz gilt [4, 5]:

$$\overline{dU^2_{R,th}} = 4\,k\,T\,R\,df \qquad \text{(Formel von Nyquist).}$$

Die Dichte des thermischen Rauschens ist bis zu sehr hohen Frequenzen konstant, weshalb man auch von einem «weissen» Rauschen spricht.

1.2. *Stromrauschen*

Wird ein Leiter von einem Gleichstrom durchflossen, so tritt zum thermischen Rauschen ein zusätzliches Rauschen auf, das Strom- oder Belastungsrauschen genannt wird [6]. Das mittlere Schwankungsquadrat des Stromrauschens ist vom Gleichstrom I_0, der Temperatur T, der Frequenz f und von der Art des Leiters abhängig.

Die Gleichstromabhängigkeit des Stromrauschens: Ist das mittlere Schwankungsquadrat des Stromrauschens vom Gleichstrom quadratisch abhängig, spricht man auch von Widerstandsschwankungen [7, 8]. Hier gilt:

$$\overline{U_s^2} = \text{Konstante} \cdot I_0^2 .$$

Ist das mittlere Schwankungsquadrat proportional zum Gleichstrom, so nennt man es Schrotrauschen (Shot-Noise) [9, 6, 10]:

$$\overline{U_s^2} = \text{Konstante} \cdot I_0 .$$

Die Frequenzabhängigkeit des Stromrauschens: Experimentell findet man oft folgende Frequenzabhängigkeit des Stromrauschens [6, 8]:

$$\overline{U_s^2} = \text{Konstante} \cdot \int_{f_1}^{f_2} \frac{I_0^2}{1+(\omega\,\tau_0)^2}\, df .$$

Dabei bedeutet τ_0 die mittlere Lebensdauer der Ladungsträger. Für $f \ll \tau_0^{-1}$ erhält man ein weisses Rauschspektrum. Für $f \gg \tau_0^{-1}$ ist das Spektrum umgekehrt proportional zum Quadrat der Frequenz:

$$\overline{U_s^2} = \text{Konstante} \cdot f^{-2} .$$

Sehr häufig findet man eine Frequenzabhängigkeit des Stromrauschens der Form:

$$\overline{U_s^2} = \text{Konstante} \cdot \int_{f_1}^{f_2} \frac{I_0^2}{f^{\varkappa}}\, df \qquad \text{wobei } 0{,}5 < \varkappa < 1{,}5 .$$

Dieses Rauschen, das sich über viele Dekaden hin bis zu sehr tiefen Frequenzen erstrecken kann, nennt man $1/f$-Rauschen (Excess-Noise) [6, 8].

Viele elektrische Bauteile, wie Kohlewiderstände, Röhren (Funkel-Rauschen), Halbleitereinkristalle und polykristalline Halbleiterwiderstände, dünne Metallschichten, Halbleiterdioden und Transistoren zeigen dieses Rauschen zum Teil sehr stark.

2. Messung des $1/f$-Rauschens an Transistoren

Die Rauschleistungsdichte des $1/f$-Rauschens nimmt ungefähr umgekehrt proportional mit der Frequenz zu. Weil aus energetischen Gründen die gesamte Rauschleistung endlich bleiben muss, folgt, dass das f^{-1}-Gesetz nicht bis zu den tiefsten Frequenzen gültig sein kann, sondern bei irgend einer tiefen Frequenz abbrechen muss. Könnte man eine solche Frequenz experimentell auffinden, erhielte man Aufschluss über die längsten Zeitkonstanten der Prozesse, die an diesem Rauschen beteiligt sind. Die Kenntnis dieser Zeitkonstante würde eine gewisse Aussage über den Mechanismus des $1/f$-Rauschens ermöglichen.

Die folgende Arbeit beschäftigt sich ausschliesslich mit dem $1/f$-Rauschen von Silizium-Planar-Transistoren bei sehr tiefen Frequenzen von 0,05 Hz bis 0,0001 Hz.

2.1. *Messmethode*

Es gibt verschiedene Methoden zur Messung des Rauschspektrums bei tiefen Frequenzen. Eine konventionelle Aufnahme mit Hilfe eines Fourier-Analysators kann nicht angewandt werden, weil elektrische Filter für derart tiefe Frequenzen nicht mehr gebaut werden können und die Einschwingungsdauer derselben viel zu gross

würde. Diese Methode ist etwa bis 0,1 Hz anwendbar [6]. Ein anderes Prinzip besteht darin, die Rauschspannung mit einem langsam laufenden Tonband aufzuzeichnen. Durch rasches Abspielen erzielt man eine Frequenztransformation, und die transformierte Rauschspannung kann mit einem üblichen Fourier-Analysator gemessen werden [11]. Ein ähnliches Messverfahren bedient sich einer optischen Methode. An Stelle eines Tonbandes wird ein Film verwendet [12].

Unsere Methode besteht darin aus der gemessenen Rauschspannung die Autokorrelationsfunktion zu bestimmen und aus dieser durch Fourier-Umkehr die spektrale Rauschleistungsdichte zu berechnen [13, 14, 9]. Ist $U(t)$ die Rauschspannung als Funktion der Zeit t, so berechnet sich die Autokorrelationsfunktion $\psi(\tau)$ aus:

$$\psi(\tau) = \overline{U(t) \cdot U(t+\tau)} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T U(t) \cdot U(t+\tau)\, dt\,. \tag{1}$$

Aus (1) erhält man durch Anwendung des Satzes von Wiener-Khintchine die spektrale Leistungsdichte $P(f)$ des Rauschens zu:

$$P(f) = 4 \int_0^\infty \psi(\tau) \cos\omega\tau\, d\tau \qquad \omega = 2\pi f\,. \tag{2}$$

Diese Methode ist für alle Frequenzen verwendbar, insbesonders für sehr tiefe Frequenzen. Zweckmässigerweise benützt man zur Auswertung eine elektronische Rechenmaschine oder einen Korrelator [15]. Während ein analog arbeitendes Messgerät nur bis zu einer gewissen unteren Grenzfrequenz richtig arbeitet, ist einer digitalen Einrichtung keinerlei Beschränkung nach tiefen Frequenzen hin auferlegt.

Tastet man die Messwerte ab, so tritt ein neuer Effekt auf, dem unbedingt Beachtung zu schenken ist: es kann eine Faltung des Spektrums eintreten (Aliasing). Das erwünschte Spektrum kann beim Abtasten völlig verfälscht werden, wenn es vorgängig nicht nach oben hin begrenzt wurde, oder die Abtastzeit nicht richtig gewählt wurde. Denn nach dem Abtasttheorem der Nachrichtentechnik ist die Rauschspannung $U(t)$ nur dann vollständig durch die diskreten Werte $U(t) = U(n\,\Delta t)$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, bestimmt, die in Abständen von $\Delta t = 1/2\,f_0$ liegen, wenn die Spektralfunktion der Rauschspannung oberhalb der Frequenz f_0 verschwindet. Alle Zwischenwerte von $U(t)$ sind dann überflüssig [14, 16, 17, 18]. Das Spektrum ist somit in den meisten Fällen künstlich zu beschneiden. Dies kann mit einem RC-Filter elektrisch vorgenommen werden, falls dies nicht mehr sinnvoll zu verwirklichen ist, kann bei der Auswertung eine Filterfunktion mathematisch simuliert werden [19].

Ist $P(f)$ die Leistungsdichte des ursprünglichen Rauschspektrums, und wird die Rauschspannung alle Δt Sekunden abgetastet, so ist die Leistungsdichte des abgetasteten Spektrums $P_a(f)$:

$$P_a(f) = P(f) + P(2f_0 - f) + P(2f_0 + f) + P(4f_0 - f) + \cdots\,. \tag{3}$$

Darin bedeutet $f_0 = 1/2\,\Delta t$ die Faltungsfrequenz [14].

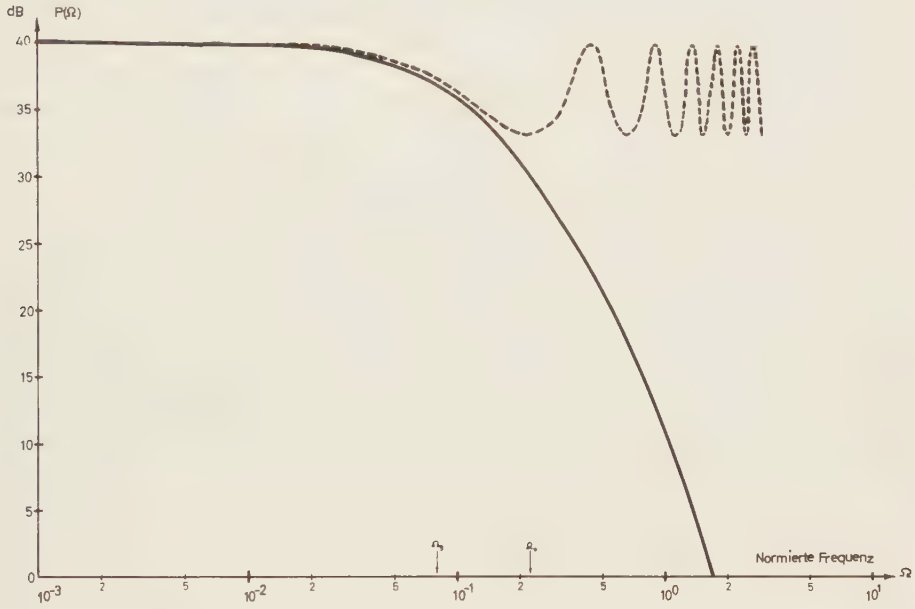
Zur Abschätzung des Fehlers Δp, der infolge Faltung des Spektrums entsteht, formen wir (3) folgendermassen um:

$$10 \log P_a(f) = 10 \log P(f) + \Delta p \tag{4}$$

$$\Delta p = 10 \log \left[1 + \frac{P(2f_0 - f)}{P(f)} + \cdots\right] = 10 \log (1 + \varepsilon)\,. \tag{5}$$

Soll $\Delta p < 0{,}5\ dB$ bleiben, so muss $\varepsilon \ll 0{,}12$ sein. Der Fehler hängt nicht nur von der Wahl der Faltungsfrequenz, sondern auch von dem Verlauf des Spektrums und der Filterkurve ab.

Figur 1 zeigt den Einfluss der Faltung auf ein weisses Spektrum, das nach oben hin mit einem fünfstufigen RC-Filter begrenzt worden ist. Kurve (———) zeigt den ursprünglichen Verlauf des Spektrums, Kurve (– – –) jenen bei Abtastung des Spektrums, wobei die normierte Faltungsfrequenz $\Omega_0 = 0{,}225$ beträgt.



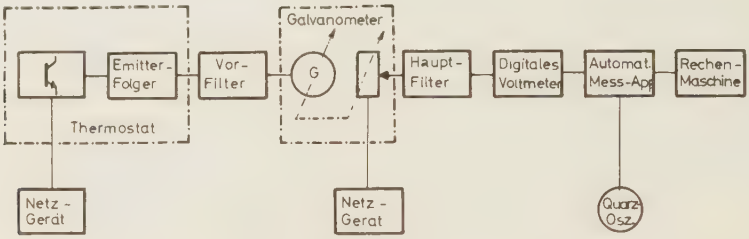
Figur 1

Zur Demonstration des Einflusses der Faltung.
——— Frequenzgang eines 5stufigen RC-Gliedes an dessen Eingang ein weisses Spektrum liegt ($\Omega_g = 0{,}08$).
– – – Frequenzgang bei Abtastung eines weissen Spektrums nach einem 5stufigen RC-Glied ($\Omega_g = 0{,}08,\ \Omega_0 = 0{,}225$).

2.2. *Messanordnung*

Figur 2 zeigt das Blockschaltbild der Messanordnung. Eine symmetrische Verstärkerstufe ist am Eingang mit Transistoren bestückt, deren Rauschen gemessen werden soll. Sie sind mit hochohmiger Basis gespiesen. Eine nachfolgende symmetrische Emitterstufe transformiert die Impedanz zur Anpassung über ein RC-Tiefpassfilter (Vorfilter) an ein schreibendes, hochempfindliches Galvanometer. Die Verstärkerstufe und der Emitterfolger sind in einen hochkonstanten Thermostat eingebaut [29]. Das Galvanometer besitzt ein Nachlaufpotentiometer, welches an eine Spannung von etwa 50 V angeschlossen ist. Dadurch erreicht man eine Gleichstromverstärkung von $2 \cdot 10^4$, zudem findet eine Entkopplung der Kreise statt. Die Ausgangsspannung des Potentiometers gelangt auf ein fünfstufiges RC-Filter (Hauptfilter) mit einer oberen Grenzfrequenz von 0,018 Hz. Der Ausgang dieses Filters ist

mit dem Eingang eines digitalen Voltmeters verbunden, dessen Ausgangsspannung mit Hilfe einer automatischen Messapparatur alle zehn Sekunden auf dem Streifen einer Rechenmaschine festgehalten wird. Das Abtastintervall wird von einem Quarzoszillator bestimmt.



Figur 2

Blockschaltbild der Messanordnung.

2.3. *Auswertung der Messwerte*

Bei der Auswertung muss beachtet werden, dass die Ausdrücke (1) und (2) für die Autokorrelationsfunktion bzw. für das Leistungsspektrum nicht direkt verwendet werden können. Dies hat zwei Gründe. Die Messdauer T ist endlich, die Autokorrelationsfunktion ist deshalb nur für Korrelationszeiten τ kleiner als die Messdauer verfügbar. Wird die Rauschspannung $U(t)$ nur an diskreten Stellen abgetastet, so ist diese nur an den Stellen $U(0)$, $U(\Delta t)$, $U(2\,\Delta t)$, ... $U(n\,\Delta t)$ bekannt, und die Autokorrelationsfunktion kann nur an diesen Stellen berechnet werden: $\psi(0)$, $\psi(\Delta t)$, $\psi(2\,\Delta t)$, ... $\psi(n\,\Delta t)$. Zur Auswertung wurde deshalb der Ausdruck (6) verwendet:

$$\psi(r\,\Delta t) = \frac{1}{n-r} \sum_{l=0}^{l=n-r} U(l\,\Delta t) \cdot U\left((l+r)\,\Delta t\right),$$

$$\tau = r\,\Delta t \quad r = 0, 1, 2 \ldots \quad m, m < n\,. \tag{6}$$

Die Spektraldichte wurde aus (7) mit den diskreten Werten der Autokorrelationsfunktion nach (6) berechnet:

$$P\left(\frac{r}{2\,m\,\Delta t}\right) = 2\,\Delta t \left[\psi(0) + 2 \sum_{l=1}^{l=m-1} \psi(l\,\Delta t) \cos\left(\frac{l\,r\,\pi}{m}\right) + \psi(m\,\Delta t) \cos(r\,\pi)\right]. \tag{7}$$

Aus den Werten $P(r/2\,m\,\Delta t)$ gewinnt man bei Anwendung eines Hamming-Filter [14] den Ausdruck für die geglättete Spektraldichte $\bar{P}$:

$$\bar{P}\left(\frac{r}{2\,m\,\Delta t}\right) = 0{,}23 \cdot P\left(\frac{r-1}{2\,m\,\Delta t}\right) + 0{,}54 \cdot P\left(\frac{r}{2\,m\,\Delta t}\right) + 0{,}23 \cdot P\left(\frac{r+1}{2\,m\,\Delta t}\right). \tag{8}$$

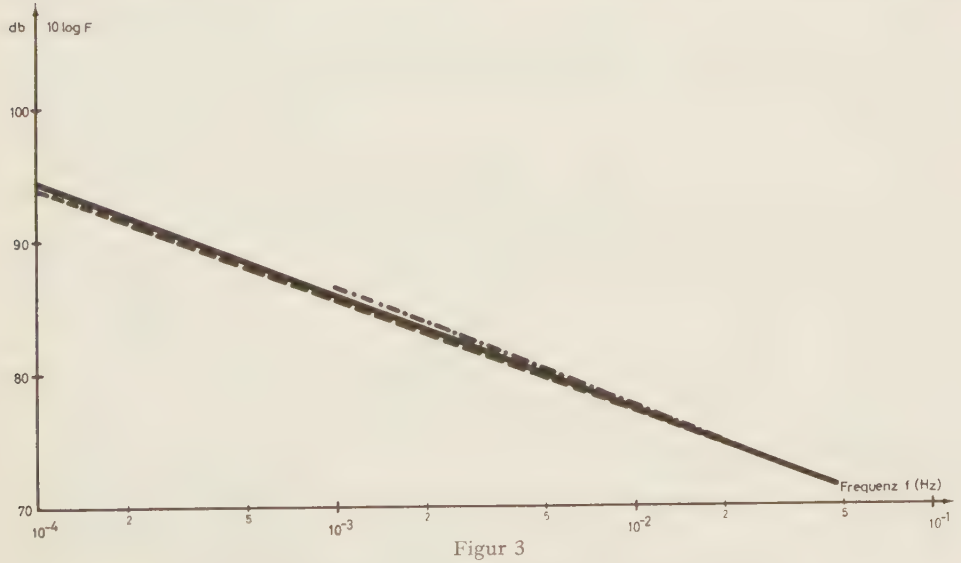
Diese Ausdrücke wurden zur Auswertung der Messungen auf einer elektronischen Rechenmaschine programmiert.

2.4. *Messresultate*

Die Rauschspektren wurden an zwei verschiedenen NPN-Silizium-Planar-Transistoren gemessen, die speziell zur Anwendung in Differentialstufen bestimmt sind: BCY 55 (ausgesuchtes Paar, getrennte Gehäuse in Aluminiumsockel einmontiert) und 2N 4044 (monolithic dual transistors).

Die ausgezogen gezeichneten Geraden in den Figuren 3 und 4 zeigen den Verlauf der Rauschspektren dieser Transistoren im Frequenzbereich von 0,05 Hz bis 0,0001 Hz. Die Transistoren zeigen selbst bei diesen tiefen Frequenzen noch ein Spektrum der Form $P(f) \propto f^{-\varkappa}$, wobei $\varkappa = 0{,}86 \pm 0{,}02$ beim BCY 55 bzw. $\varkappa = 0{,}65 \pm 0{,}03$ beim 2N 4044 ist. Als Ordinate ist die Rauschzahl F in Dezibel (dB) aufgetragen. Bei beiden Rauschspektren ist kein Abbrechen oder Umbiegen in diesem Frequenzbereich vom obigen $P(f)$-Verlauf zu beobachten.

Heute hat man experimentelle Hinweise dafür, dass das $1/f$-Rauschen von der Oberfläche der Transistoren herrührt [20, 21, 22]. Es ist deshalb naheliegend zu untersuchen, ob durch die Bestrahlung der Transistoren mit Gammastrahlen das Rauschspektrum eine Änderung erfährt. Nach Lenzlinger [23] beeinflusst die Gammastrahlung hauptsächlich die langsamen Oberflächenzustände, die für dieses Rauschen verantwortlich sein könnten [24]. Wir haben deshalb die Transistoren mit $6{,}3 \cdot 10^{15}$ Photonen cm^2 einer Co^{60} Quelle bestrahlt [28]. Die Transistoren waren dabei 2,5 cm von der Quelle entfernt und ihre Anschlüsse kurzgeschlossen. Nach der Bestrahlung wurden die Transistoren 4 Tage lang liegen gelassen und erst dann wieder in die Schaltung eingebaut. Beim Einschalten stellte sich eine Drift des Arbeitspunktes ein, wie dies schon früher beobachtet wurde [23]. Nach dem Abklingen der Drift wurden die Rauschspektren erneut aufgenommen (gestrichelt gezeichnete Geraden in den Figuren 3 und 4). Die Bestrahlung hat die Gesetzmässigkeit $P(f) \propto f^{-\varkappa}$ nicht verändert, wobei $\varkappa = 0{,}84 \pm 0{,}02$ beim BCY 55 bzw. $\varkappa = 0{,}95 \pm 0{,}02$ beim 2N 4044 bestimmt wurde. Während sich keine Änderung in den Spektren vor und nach der Bestrahlung beim Typ BCY 55 innerhalb der Fehlergrenzen nachweisen lässt, ist eine



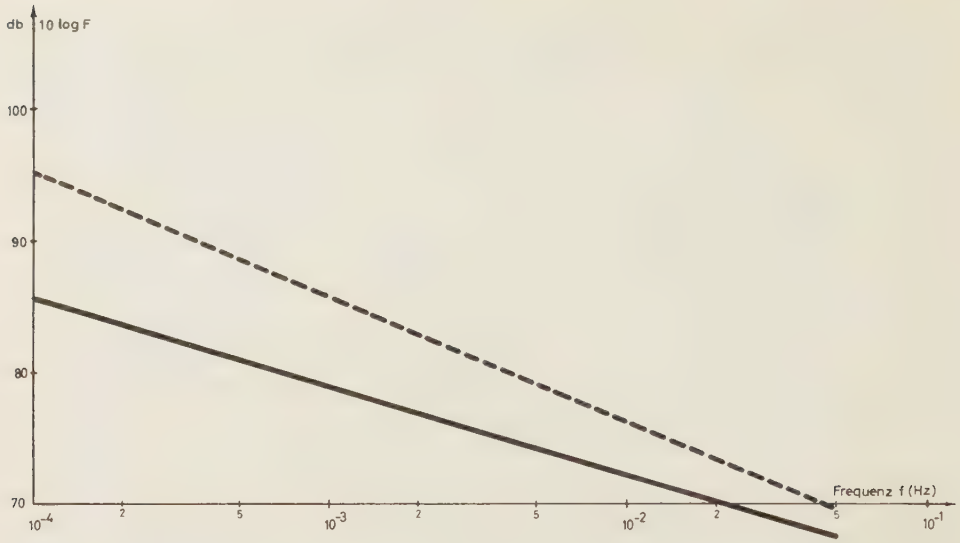
Figur 3

Rauschspektren des BCY 55 vor und nach der Bestrahlung.

——— Vor Bestrahlung, $I_C = 0{,}1$ mA, $\varkappa = 0{,}86 \pm 0{,}02$.

– – – Nach Bestrahlung, $I_C = 0{,}1$ mA, $\varkappa = 0{,}84 \pm 0{,}02$.

–.–.– Vor Bestrahlung bei künstlich erhöhten periodischen Temperaturschwankungen von $\pm$ 6 m°C im Thermostat. $I_C = 0{,}1$ mA, $\varkappa = 0{,}88 \pm 0{,}04$.



Figur 4

Rauschspektren des 2N 4044 vor und nach der Bestrahlung.
——— Vor Bestrahlung, $I_C = 0{,}1$ mA, $\varkappa = 0{,}65 \pm 0{,}03$.
– – – Nach Bestrahlung, $I_C = 0{,}1$ mA, $\varkappa = 0{,}95 \pm 0{,}02$.

Änderung der Neigung in den Rauschspektren beim Typ 2N 4044 festzustellen. Sie änderte sich von $\varkappa = 0{,}65$ auf $\varkappa = 0{,}95$. Zur Kontrolle des Einflusses der Bestrahlung wurde die β-Gleichstromverstärkung der Transistoren gemessen. Beim BCY 55 änderte sie sich von 195 (vor Bestrahlung) auf 140 (nach Bestrahlung) bzw. von 500 auf 174 beim 2N 4044. Die Tabelle 1 enthält die Messwerte übersichtlich zusammengestellt.

Tabelle 1

Zusammenstellung der Messwerte

Transistortyp		BCY 55		2N 4044	
Messung		vor Bestrahlung	nach Bestrahlung	vor Bestrahlung	nach Bestrahlung
β-Gleichstromverstärkung		195	140	500	174
Exponent $\varkappa$		0,86 ± 0,02	0,84 ± 0,02	0,65 ± 0,03	0,95 ± 0,02
Temperatur-schwankungen im Thermostat während der Messung	kurzzeitige Schwankungen Spitze-Spitze (m°C)	± 0,07	± 0,08	± 0,08	± 0,08
	Drift (m°C)	−0,20	+0,14	−0,07	+0,06

2.5. *Fehlerquellen und ihr Einfluss*

Einfluss von Temperaturschwankungen: Die Tabelle 1 zeigt die Temperaturänderungen (Spitzenwerte der kurzzeitigen Temperaturschwankungen und Temperaturdrift in m°C), die während der Rauschmessungen im Thermostat aufgetreten sind.

Um den Einfluss der Temperaturschwankungen auf die Rauschspektren zu untersuchen, wurden relativ starke, periodische Temperaturschwankungen von $\pm$ 6 m°C mit einer Periodendauer von 15 Minuten im Thermostat künstlich erzeugt, das Rauschen am Typ BCY 55 gemessen und das zugehörige Spektrum berechnet. Um den Datenanfall etwas einzuschränken, wurde dieses Spektrum jedoch nur bis 2 mHz aufgelöst. Aus dem Verlauf wurde $\varkappa$ zu 0,88 $\pm$ 0,044 bestimmt. In Figur 3 ist dieses Spektrum strichpunktiert eingezeichnet; es ist mit dem ausgezogen gezeichneten Spektrum derselben Figur zu vergleichen. Sie stimmen innerhalb der Fehlerschranken miteinander überein. Dabei sind die künstlich erzeugten Temperaturschwankungen 75mal grösser, als jene die bei der Messung der Spektren tatsächlich aufgetreten sind. Daraus darf geschlossen werden, dass die gemessenen Spektren keine Folge von statistischen Temperaturfluktuationen im Thermostat sind.

Einfluss von Spannungsschwankungen: Die Spannung zur Speisung des Verstärkers (17 V) wurde einem stabilisierten Netzgerät entnommen. Während der Messdauer traten Spannungsschwankungen von $U = 1{,}5\ \mathrm{mV}_{pp}$ auf. Künstlich erzeugte grössere Schwankungen erlaubten den Einfluss der natürlichen Störungen abzuschätzen. Ihr Einfluss war innerhalb der Ablesegenauigkeit des Galvanometers und kann deshalb vernachlässigt werden.

Einfluss der Faltung durch die Abtastung des Spektrums: Die Abtastzeit von 10 Sekunden erzeugte eine Faltungsfrequenz von $f_0 = 0{,}05$ Hz. Ein fünfstufiges RC-Filter wurde derart entworfen, dass der Fehler, der durch die Faltung des Spektrums entstehen kann, bis zur Grenzfrequenz des Filters von 0,018 Hz, höchstens 0,5 dB beträgt. Bei der Faltungsfrequenz beträgt der Fehler + 3,5 dB. Die Auswertung der höheren Frequenzen berücksichtigte sowohl den Frequenzgang des Filters als auch diesen Faltungsfehler.

Messgenauigkeit: Die Genauigkeit des Galvanometers war $\pm$ 0,5%, jene der Anordnung «Netzgerät-Nachlaufpotentiometer-digitales Voltmeter» über die Dauer von 14 Stunden $\pm$ 0,34%. Die Messungen sind deshalb mit einem Gesamtfehler von rund 1% behaftet.

Statistischer Fehler: Für eine genaue Fehleranalyse müsste die Verteilungsfunktion der Rauschspannung bekannt sein. Der Fehlerabschätzung wurde eine Gauss-Verteilung zugrunde gelegt, um so eine Abschätzung des Fehlers zu ermöglichen. Es kann gezeigt werden, dass unter dieser Voraussetzung folgende Beziehung gilt [14, 25]:

$$\frac{\overline{P_i^2(f)}}{\overline{P_i(f)}^2} \cong \frac{T_m}{T_n'} \tag{9}$$

T_n = totale Messdauer, $T_n' = T_n - T_m/3$

T_m = maximale Korrelationszeit.

Besser ist die Anwendung des χ^2-Tests, und die Verknüpfung der Zahl der Freiheitsgrade mit den Messzeiten [26, 27]. Man geht dabei von der Tatsache aus, dass die Autokorrelationsfunktion an der Stelle $\tau = 0$ nach (6) dem mittleren Schwankungsquadrat der Rauschspannung entspricht:

$$\psi(0) = \frac{1}{n} \sum_{l=0}^{n} U^2(l) = \overline{U^2}\,.$$

Es folgt, wiederum unter der Annahme, dass die Rauschspannungen $U(l)$ normal verteilt sind, dass $\psi(0)$ eine χ^2-Verteilung befolgt. Ist die Zahl der Freiheitsgrade n

gross, strebt sie gegen eine Normalverteilung, deren Erwartungswert $E(\chi^2) = n$, bzw. deren Varianz $V(\chi^2) = 2\,n$ beträgt. Die Anzahl der Freiheitsgrade ergibt sich daraus zu $n = 2\,E^2/V$. Verknüpft man diesen Ausdruck mit der totalen Messzeit T_n, bzw. T_n' und der grössten Korrelationsdauer T_m, so bestimmt sich die Zahl der Freiheitsgrade n zu:

$$n \cong \frac{2\,T_n'}{T_m}. \tag{10}$$

Aus der Zahl der Freiheitsgrade kann man für jedes gewünschte Vertrauensintervall die Breite des Fehlerintervalls in dB, das bei der Berechnung des Spektrums zu erwarten ist, angeben. Für ein Vertrauensintervall von 90%, das unseren Betrachtungen zugrunde liegt, gilt:

$$\Delta p \cong \frac{20}{(n-1)^{1/2}}\ (dB)\ . \tag{11}$$

Die grösste Korrelationszeit T_m wird durch die gewünschte Auflösung des Spektrums bestimmt [14]:

$$T_m = \frac{1}{\Delta f}. \tag{12}$$

Unseren Messungen liegen folgende Werte zugrunde: Auflösung $\Delta f = 0{,}0002$ Hz, daraus folgt $T_m = 5000$ Sekunden. Messdauer $T_n = 50000$ Sekunden. Zahl der Freiheitsgrade $n = 18{,}5$.

Die Breite des Fehlerintervalls bei einem Vertrauensbereich von 90% bestimmt sich zu $4{,}8 \approx 5{,}0$ dB oder $\pm\ 2{,}5$ dB. Bei den höheren Frequenzen konnten wegen der hohen Auflösung des Spektrums je 10 Werte gemittelt werden. Der statistische Fehler verringert sich dort deshalb auf $\pm\ 0{,}8$ dB. Von allen Fehlern ist der statistische Fehler der grösste. Eine Verkleinerung dieses Fehlers ist des starken Anstiegs der Messdaten wegen nur noch schwer zu bewältigen.

3. Zusammenfassung und Diskussion

Die Rauschspektren von Silizium-Planar-Transistoren wurden an den Typen BCY 55 und 2N 4044 im Frequenzbereich von 0,05 Hz bis 0,0001 Hz gemessen. Es konnte gezeigt werden, dass bei diesen tiefen Frequenzen immer noch ein Gesetz der Form $P(f) \propto f^{-\varkappa}$ gültig ist. Der Wert von $\varkappa$ ist $0{,}86 \pm 0{,}02$ beim BCY 55 und $0{,}65 \pm 0{,}03$ beim 2N 4044. Ein Abbrechen oder Umbiegen der Spektren bei tiefen Frequenzen konnte nicht beobachtet werden. Der Einfluss der Bestrahlung der Transistoren mit Gammastrahlen einer Co^{60}-Quelle ist nur im Spektrum des 2N 4044 eindeutig nachweisbar. Während sich beim BCY 55 das Spektrum innerhalb der Fehlerschranken nicht verändert hat, änderte sich beim 2N 4044 der Wert von $\varkappa$ auf $0{,}95 \pm 0{,}02$. Die β-Stromverstärkung $[I_C/I_B]$ hat sich bei diesem Transistor fast um den Faktor 3 verringert, wohingegen beim BCY 55 nur eine Verkleinerung um den Faktor 1,4 festzustellen war.

Aus der Gültigkeit des Gesetzes $P(f) \propto f^{-\varkappa}$ bis zu der tiefsten gemessenen Frequenz von 0,0001 Hz kann geschlossen werden, dass die Träger, die dieses Rauschen verursachen, eine Lebensdauer bis zu mindestens 5000 Sekunden haben müssen. Dies steht im Einklang mit neueren Untersuchungen an MOS-Feldeffektstrukturen, wo Lebensdauern bis zu mehreren Stunden festgestellt worden sind.

Das unterschiedliche Rauschverhalten vor und nach der Bestrahlung der Transistoren kann durch Annahme der Erzeugung von neuen Oberflächenzuständen durch das Bestrahlen erklärt werden. Die Bestrahlung wird das Rauschen nur dann beein-

flussen, wenn die zusätzlich durch Bestrahlung erzeugte Zahl von Oberflächenzuständen wesentlich zur gesamten Anzahl Zustände beiträgt. Beim Typ BCY 55 war das Rauschen vor dem Bestrahlen höher, als beim Typ 2N 4044, was auf eine ursprünglich grosse Zahl von Oberflächenzuständen schliessen lässt; die Bestrahlung hat diese Zahl nicht stark erhöhen können, weshalb sich das Rauschen dieses Transistors nicht messbar verändert hat. Umgekehrt hat die Bestrahlung beim Typ 2N 4044 die Zahl der Oberflächenzustände wesentlich vermehren können, was sich in der Änderung der Steigung der Rauschgeraden und in der Grösse des Rauschens bemerkbar macht.

Wir danken den Herren Dr. C. von Planta und J. P. Weber der Firma F. Hoffmann-La Roche & Cie AG, die uns freundlicherweise das Rechenprogramm zur Verfügung stellten. Ebenso gilt unser Dank der Firma IBM und ihrem Mitarbeiter Herrn H. Grasshofer, die uns in grosszügiger Weise die nötige Rechenzeit auf einem ihrer Computer gewährten und uns bereitwillig bei der Datenverarbeitung zur Seite standen. Danken möchten wir ferner Herrn PD Dr. H. Lüthy (Bürgerspital Basel, Bestrahlung mit Co^{60}) sowie der Kommission zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung des Bundes für die finanzielle Unterstützung dieser Arbeit.

4. Literaturverzeichnis

[1] W. Schottky, Ann. Phys. *57*, 541 (1918).
[2] H. B. Callen, T. A. Welton, Phys. Rev. *83*, 34 (1951).
[3] W. L. Ginsberg, Fortschr. Phys. *1*, 51 (1953).
[4] H. Nyquist, Phys. Rev. *32*, 110 (1928).
[5] J. B. Johnson, Phys. Rev. *32*, 97 (1928).
[6] A. van der Ziel, *Noise* (Prentice-Hall 1954).
[7] S. Machlup, J. appl. Phys. *25*, 341 (1954).
[8] D. A. Bell, *Electrical Noise* (D. van Nostrand 1960).
[9] J. L. Lawson, G. E. Uhlenbeck, *Treshold Signals* (Dover 1950).
[10] R. Fürth, Proc. R. Soc. *A192*, 593 (1948).
[11] B. V. Rollin, I. M. Templeton, Proc. phys. Soc. *B66*, 259 (1953).
[12] T. E. Firle, H. Winston, J. appl. Phys. *26*, 716 (1955).
[13] S. O. Rice, B.S.T.J. *23*, 282 (1944); *24*, 46 (1945).
[14] R. B. Blackman, J. W. Tukey, B.S.T.J. *37*, 185 (1958); *37*, 485 (1958).
[15] Y. W. Lee, J. B. Wiesner, Electronics June, 86 (1950).
[16] H. Kaden, *Impulse und Schaltvorgänge in der Nachrichtentechnik* (Oldenbourg 1957).
[17] C. E. Shannon, B.S.T.J. *27*, 623 (1948).
[18] D. A. Linden, Proc. IEEE *47*, 1219 (1959).
[19] P. I. Richards, IEEE Spectr. *1*, 83 (1967).
[20] A. L. McWhorter, in: *Semiconductor Surface Physics*, p. 207 (University Press of Pennsylvania 1957).
[21] A. Many, Y. Goldstein, N. B. Grover, *Semiconductor Surfaces*, p. 299 und p. 366 (North-Holland 1965).
[22] C. T. Sah, F. H. Hielscher, Phys. Rev. Lett. *17*, 956 (1966).
[23] E. Baldinger, M. Lenzlinger, Solid-St. Electron. *9*, 287 (1966).
[24] J. P. Mitchell, D. K. Wilson, B.S.T.J. *46*, 1 (1967).
[25] A. Papoulis, Proc. IEEE *54*, 947 (1966).
[26] A. Linder, *Statistische Methoden* (Birkhäuser, Basel 1945).
[27] J. Pfanzagl, *Allg. Methodenlehre der Statistik*, Bd. 2 (Göschen 1962).
[28] H. Lüthy, H. Mohler, Atompraxis *12*, 1 (1966).
[29] E. Baldinger, E. Nüesch, Z. angew. Math. Phys. *19*, Heft 3 (1968).

Curriculum vitae

Ich, Erich Armin Nüesch, Bürger von Basel und Balgach SG, wurde am 28. Mai 1933 in Basel geboren als Sohn des Samuel Nüesch, gewesener Angestellter der Feuerwache Basel, und seiner Gattin Clara geb. Kaufmann. Nach dem Besuch der Primar- und Realschule in Basel von 1940 bis 1948 trat ich eine Lehre als Radioelektriker an, die ich im Juni 1952 mit Erfolg abschloss. Vom Dezember 1952 bis im Frühling 1959 arbeitete ich bei Radio Basel; ich wurde 1956 nach einer Prüfung bei der GD PTT in Bern zum Assistenten des technischen Dienstes von Radio Basel befördert. In der Freizeit bereitete ich mich auf die Eidgenössische Maturität vor; das Zeugnis der Reife erhielt ich 1958 in Basel. Im Frühling 1959 immatrikulierte ich mich an der Philosophisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Basel und begann mit dem Studium der Experimentalphysik. In den Jahren 1961 und 1962 legte ich nacheinander die Nebenfachexamina in Astronomie und Mathematik ab. Im Frühling 1964 erwarb ich das Diplom in Experimentalphysik. Im Sommersemester 1964 wurde ich Assistent am Institut für angewandte Physik der Universität Basel und begann unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. B. Baldinger mit der vorliegenden Dissertation.

Ich besuchte Vorlesungen und Praktika bei folgenden Herren Professoren: K. Alder, E. Baldinger, E. Baumgartner, U. Becker, W. Czaja, P. Diehl, M. Eichler, W. Häberli, H. Huber, P. Huber, H. Lüthy, E. Miescher, P. Scherrer, H. R. Striebel, R. Wagner. Mein Dank gilt allen Lehrern für die gute Ausbildung, die ich erhalten durfte.